

EFEKT HALLA. Fizyczne podstawy efektu i podstawowe równania

Oprac. A.J. Wojtowicz na podst. K.W. Szalimowa, Fizyka półprzewodników.

1. Przewodzenie prądu w półprzewodnikach

Przewodzenie prądu w półprzewodnikach, podobnie zresztą jak w innych materiałach, wymaga istnienia w nim swobodnych nośników ładunku (elektronów lub/i dziur), które mogą się przemieszczać pod wpływem przyłożonego zewnętrznego napięcia. Napięcie to wytwarza w materiale pewne efektywne pole elektryczne E oddziałujące na nośniki ładunku. Ponieważ gęstość prądu jest określona przez wielkość ładunku przeniesionego w jednostce czasu przez jednostkowy przekrój poprzeczny mamy, po przyłożeniu zewnętrznego napięcia:

$$\mathbf{j} = en\langle\mathbf{v}\rangle \quad (1)$$

gdzie \mathbf{j} oznacza gęstość prądu, e wielkość ładunku elementarnego i $\langle\mathbf{v}\rangle$ średnią w czasie z tzw prędkości unoszenia.

Prędkość unoszenia to dodatkowa prędkość, nadana ładunkowi przez pole elektryczne E , ponad prędkość wynikającą z równowagi termodynamicznej w określonej temperaturze. Prędkość ta rośnie z natężeniem pola elektrycznego, ale wzrost ten jest hamowany przez zderzenia (z defektami, domieszkami, fononami, innymi nośnikami ładunku itd.), aż do ustalenia się pewnej wyższej wartości, odpowiadającej równowadze dynamicznej (na którą wpływ ma przyłożone pole elektryczne).

Aby obliczyć średnią w czasie prędkość unoszenia z uwzględnieniem statystycznego charakteru zderzeń przyjmujemy, że prawdopodobieństwo zderzenia wybranego nośnika ładunku (elektronu lub dziury) nie zależy od jego „historii” (w szczególności od tego, kiedy nastąpiło ostatnie zderzenie).

Zatem prawdopodobieństwo zderzenia danego nośnika ładunku w czasie dt wyniesie:

$$p = \frac{dt}{\tau} \quad (2)$$

gdzie τ to pewna stała. Jeśli przez n oznaczymy liczbę wszystkich nośników ładunku to liczba dn nośników ładunku, które ulegną rozproszeniu w czasie dt , wyniesie $n dt/\tau$ a liczba nośników poruszających się w kierunku pola zmaleje o:

$$-dn = \frac{ndt}{\tau} \quad (3)$$

Całkując równanie (3) otrzymamy liczbę nośników, które nie doznały zderzenia do chwili czasu t :

$$n(t) = n_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (4)$$

gdzie n_0 jest wartością początkową równą koncentracji wszystkich nośników. Przyjmując, że kolejne elektrony (nośniki) są rozpraszane w chwilach czasu $t_1, t_2, t_3 \dots$ itd., że do momentu rozproszenia przebywają one drogi x_1, x_2, x_3, \dots itd. i, że $T = t_1 + t_2 + t_3 + \dots$ oraz, że $X = x_1 + x_2 + x_3 + \dots$ mamy:

$$\langle\mathbf{v}\rangle = \frac{X}{T} \quad (5)$$

Ponieważ do chwili czasu t $n(t)$ nośników kontynuuje bez zderzeń swój ruch w kierunku przyłożonego pola (będzie to ruch jednostajnie przyspieszony) otrzymamy:

$$v = \frac{eE}{m} t \quad \text{oraz} \quad x = \frac{eE}{2m} t^2 \quad (6)$$

i dalej:

$$X = \int_0^{\infty} x n \frac{dt}{\tau} = \frac{en_0 E}{2m} \int_0^{\infty} t^2 e^{-t/\tau} dt = \frac{en_0 \tau^2 E}{m} \quad (7)$$

oraz:

$$T = \int_0^{\infty} t n \frac{dt}{\tau} = n_0 \tau. \quad (8)$$

Wykorzystując (7) i (8) w równaniu (5) otrzymamy:

$$\langle v \rangle = \frac{e\tau}{m} E. \quad (9)$$

Otrzymaliśmy zatem wynik, który mówi, że średnia prędkość unoszenia jest proporcjonalna do natężenia pola elektrycznego. Współczynnik proporcjonalności nazywa się ruchliwością i oznacza μ . Mamy zatem:

$$\mu = \frac{\langle v \rangle}{E} = \frac{e\tau}{m}. \quad (10)$$

Wyrażenie (1) można, po uwzględnieniu wyrażenia (10), przedstawić w następującej postaci:

$$j = en\mu E \quad (11)$$

albo, uwzględniając postać prawa Ohma z przewodnictwem właściwym σ :

$$j = \sigma E \quad (12)$$

otrzymujemy wyrażenie na przewodnictwo właściwe:

$$\sigma = \frac{e^2 n \tau}{m} = en\mu. \quad (13)$$

Ze wzoru (13) widać, że pomiar przewodnictwa właściwego (czyli pomiar współczynnika proporcjonalności pomiędzy polem E i gęstością prądu j) nie daje niezależnej oceny koncentracji nośników prądu (elektronów lub dziur) i ich ruchliwości; w pomiarze takim faktycznie wyznaczamy iloczyn tych dwóch wielkości.

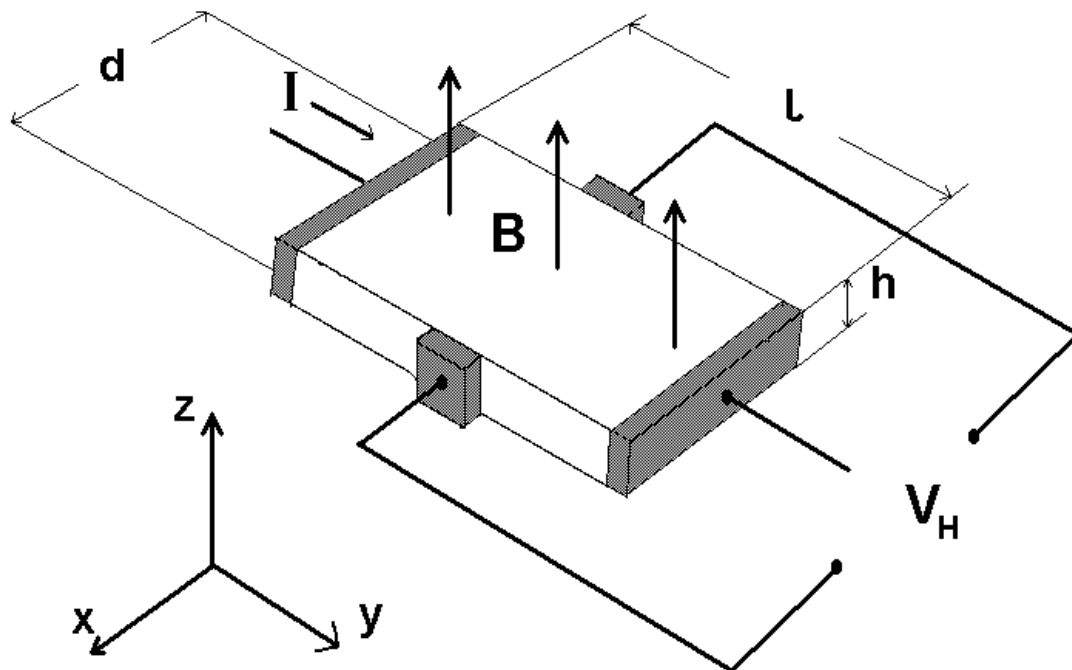
2. Zjawisko Halla

Niezależny pomiar koncentracji nośników ładunku i charakteryzującej ich ruchliwości jest możliwy dzięki zjawisku Halla. Jak się okazuje, pomiar napięcia Halla umożliwia wyznaczenie koncentracji i , dodatkowo, także znaku nośników ładunku w danym materiale. Zatem kombinacja obu pomiarów, napięcia Halla i przewodnictwa właściwego, umożliwia wyznaczenie obu parametrów łącznie charakteryzujących własności elektryczne danego materiału.

Na rys. 1 pokazany jest schemat układu do badania efektu Halla. Przez prostopadłościenną próbkę półprzewodnika płynie, w kierunku y , prąd elektryczny o natężeniu I . Ponieważ szerokość próbki wynosi d , a jej grubość h , mamy:

$$\vec{j} = \frac{I}{S} = \frac{I}{d \cdot h} \quad (14)$$

gdzie powierzchnia przekroju poprzecznego próbki wynosi S , a j jest gęstością prądu.



Rys. 1. Wyidealizowany schemat układu do badania efektu Halla. Przez prostokątną próbkę o wymiarach $d \times h \times l$ umieszczoną w polu magnetycznym o indukcji B płynie prąd o natężeniu I . Napięcie Halla V_H mierzymy w kierunku x , prostopadle do pola magnetycznego, skierowanego wzdłuż osi z i prądu płynącego przez próbkę w kierunku osi y .

Na ładunek elektryczny e poruszający się z prędkością v w polu magnetycznym B działa, jak wiadomo, siła Lorentza:

$$F = e(v \times B) \quad (15)$$

której kierunek jest prostopadły do wektorów v i B , a zwrot będzie zależał także od znaku ładunku e . Siła ta powoduje odchylenie się nośników ładunku tworzących prąd I w kierunku poprzecznym do kierunku przepływu prądu I i prostopadłym do pola magnetycznego B . Spowoduje to wystąpienie gradientu koncentracji nośników ładunku w tymże kierunku i pojawienie się wywołanego tym gradientem pola elektrycznego. Ponieważ zarówno wektor prędkości jak i znak ładunku będzie odwrócony dla nośników dodatnich (dziur) widać, że kierunek tego pola, a zatem także znak związanego z tym pola napięcia, będzie miał dla dziur znak przeciwny niż dla elektronów.

Poprzeczne pole elektryczne E_H powstałe wskutek rozdzielania ładunków dodatnich i ujemnych (np w półprzewodniku typu n będą to poruszające się w pasmie przewodnictwa elektrony i nieruchome dodatnio naładowane zjonizowane donory, z których pochodzą te elektrony) spowoduje wystąpienie dodatkowej siły działającej na nośniki prądu. W stanie

stacjonarnym (równowagi dynamicznej) całkowita poprzeczna siła działająca na nośniki ładunku będzie równa zero, wobec tego mamy:

$$-e \cdot E_H = -e \cdot (v \times B) \quad (16)$$

i dalej, ponieważ napięcie pomiędzy dwoma punktami w polu elektrycznym jest równe iloczynowi natężenia tego pola i odległości pomiędzy punktami, a także z geometrii układu (prostopadłość wektorów v , B i E_H) mamy:

$$V_H = E_H \cdot d = v \cdot B \cdot d \quad (17)$$

Wyrażając v przez gęstość prądu, zgodnie ze wzorem (1) otrzymamy dalej:

$$V_H = \frac{j}{ne} B d = R_H j B d \quad (18)$$

gdzie R_H to tzw. stała Halla, która dla elektronów (półprzewodnik typu n, ładunek nośnika $-e$), będzie równa:

$$R_H = -\frac{1}{ne} \quad (19)$$

a dla półprzewodnika typu p:

$$R_H = \frac{1}{pe} \quad (20)$$

gdzie p oznacza koncentrację dziur (ładunek pojedynczego nośnika $+e$)

Wykorzystując (13) i, dla elektronów, (19), otrzymamy:

$$\begin{aligned} n &= \frac{1}{e \cdot R_H} \\ \mu &= \sigma \cdot R_H \end{aligned} \quad (21)$$

co oznacza, że pomiar przewodnictwa właściwego i stałej Halla pozwala na wyznaczenie wartości obu parametrów charakteryzujących własności elektryczne materiału, tzn koncentrację nośników ładunku i ich ruchliwość.

Wykorzystując (12) mamy:

$$j = \frac{I}{d \cdot h} = \sigma \cdot E = \sigma \cdot \frac{V}{\ell} \quad (22)$$

gdzie V oznacza napięcie przyłożone do próbki (wzdłuż osi y), a I oznacza płynący przez próbkę prąd (też w kierunku osi y). d , h i ℓ oznaczają wymiary próbki, zgodnie z rys. 1.

Przepisujemy równanie (22) i otrzymujemy następującą relację:

$$I = \sigma \frac{d \cdot h}{\ell} \cdot V, \quad (23)$$

którą możemy zweryfikować doświadczalnie i wykorzystać do wyznaczenia parametru σ . W tym celu wystarczy zmierzyć wartości natężenia prądu płynącego przez próbkę dla kilku różnych wartości przyłożonego napięcia (uwaga na dopuszczalny prąd maksymalny, płynący przez próbkę!) i przedstawić uzyskane wyniki na wykresie $I(V)$. Przez otrzymane punkty prowadzimy prostą i wyznaczamy współczynnik nachylenia kierunkowego tej prostej. Wartość tego współczynnika może być wykorzystana do wyliczenia przewodnictwa właściwego, po uwzględnieniu wymiarów próbki.

By wyznaczyć eksperymentalnie wartość stałej Halla wykorzystamy równanie (18):

$$V_H = R_H jBd = R_H \frac{I}{d \cdot h} Bd = \frac{R_H}{h} \cdot BI, \quad (24)$$

które sugeruje odpowiednie postępowanie. Mierzymy wartość napięcia Halla dla różnych wartości indukcji magnetycznej B i różnych wartości prądu płynącego przez próbkę i przestawiamy uzyskane wyniki na wykresie $V_H = V_H(BI)$. Współczynnik nachylenia prostej, przechodzącej przez punkty, będzie, z dokładnością do grubości próbki h , równy stałej Halla R_H .

Znajomość obu parametrów, R_H i σ pozwala na wyznaczenie koncentracji nośników ładunku n i ich ruchliwości μ , zgodnie z równaniami (21).